

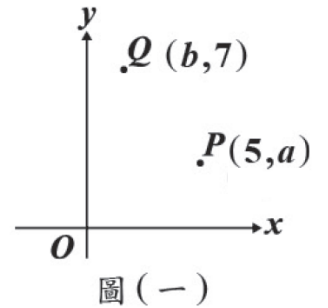
一、選擇題：

1. $17 - 2 \times [9 - 3 \times 3 \times (-7)] \div 3 = 17 - 2 \times [9 + 63] \div 3 = 17 - 2 \times 24 \div 3 = 17 - 48 = -31$ 。

選(A)

2. 如圖(一)，因為 $7 > a$ ， $5 > b$ ，所以 $6 - b > 0$ ，且 $a - 10 < 0$ ，因此 $(6 - b, a - 10)$ 在第四象限。

選(D)



3. $(-\sqrt{8})^3 + (-\sqrt{4})^4 = (-2\sqrt{2})^3 + (-2)^4 = -16\sqrt{2} + 16$ 。

選(C)

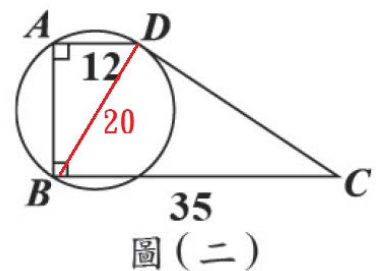
4. 因為 $x^2 - 4x + 3 = (x - 1)(x - 3)$ ， $x^2 + 2x - 3 = (x - 1)(x + 3)$ ，且 $x - c$ 是其公因式。

因為 $x - 1$ 是公因式，所以 $c = 1$ 。

選(C)

5. 如圖(二)， $\overline{AB} = 16$ ，梯形 ABCD 的面積是 $\frac{(12 + 35) \times 16}{2} = 376$ 。

選(B)



6. 因為充滿電後，可以連續播放音樂 36 個小時，或連續玩遊戲 6 個小時，即連續播放音樂 6 個小時用電量等於連續玩遊戲 1 個小時的用電量。

因為早上 7 點~下午 3 點連續播放音樂，共 8 個小時。剩下的電力，還可以連續播放音樂 $36 - 8 = 28$ 個小時，或可以連續

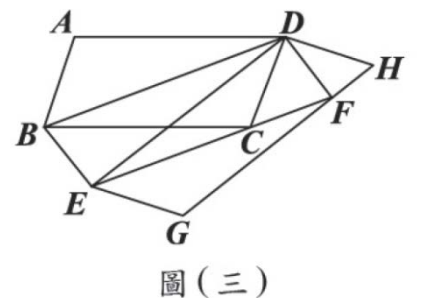
玩遊戲 $(28 \div 6)$ 個小時。 $28 \div 6 = \frac{28}{6} = 4\frac{2}{3}$ (小時) = 4 小時 40 分。

因此從下午 3 點起可以連續玩遊戲到晚上 7 點 40 分，到時遊戲機就沒有電力了。

選(B)

7. 如圖(三)，因為平行四邊形 ABCD 的面積 = $\triangle BCD$ 面積 $\times 2 =$ 平行四邊形 BEFD 的面積 = $\triangle EFD$ 面積 $\times 2 =$ 平行四邊形 EGHD 的面積
所以 $a = b = c$ 。

選(D)



8. 假設小明買了 x 個麵包，依題意 $(x + 1) \times 15 \times 0.9 = 15x - 45$ ， $x = 39$ 。

選(B)

9. 假設圓柱的底面半徑是 r ，乙圓柱柱高 h ，則甲圓柱柱高 $9h$ 。

因為，甲圓柱表面積 = $S_1 = 2\pi r^2 + 2\pi r \times 9h = 2\pi r(r + 9h)$ ，且乙圓柱表面積 = $S_2 = 2\pi r^2 + 2\pi r \times h = 2\pi r(r + h)$ ，

所以 $9S_2 = 2\pi r(9r + 9h) > 2\pi r(r + 9h) = S_1$ ，因此 $S_1 < 9S_2$

因為，甲圓柱體積 = $V_1 = \pi r^2 \times 9h$ ，且乙圓柱體積 = $V_2 = \pi r^2 \times h$ ，所以 $V_1 = 9V_2$ 。

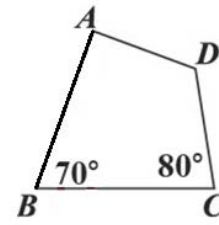
選(B)

10. 如圖(四)、圖(五)， $\angle A(C)N = \angle C = 80^\circ$
 $\angle A(C)N = \angle B + \angle BN(C)$ ， $80^\circ = 70^\circ + \angle BN(C)$ ， $\angle BN(C) = 10^\circ$ ，

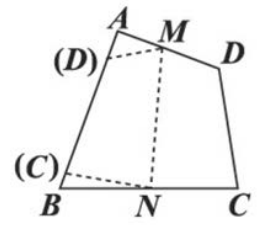
$$\text{因此，}\angle MNC = \angle MN(C) = \left(\frac{180-10}{2}\right)^\circ = 85^\circ$$

$$\text{所以，}\angle MNB = 85 + 10 = 95^\circ。$$

選(B)



圖(四)



圖(五)

11. 假設甲、乙、丙三個箱子各裝有 $12x$ 個球，依題意

$$\text{甲箱內有 } 12x \times \frac{1}{4} = 3x \text{ 個紅球，乙箱內有 } 0 \text{ 個紅球，丙箱內有 } 12x \times \frac{7}{12} = 7x \text{ 個紅球}$$

將乙箱與丙箱內的球全部倒入甲箱後，甲箱內有 $36x$ 個球，其中包含 $10x$ 個紅球

$$\text{從甲箱取出一球是紅球的機率是 } \frac{10}{36} = \frac{5}{18}。$$

選(C)

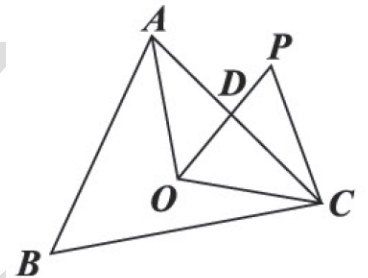
12. 如圖(六)，因為 $\angle BAC = 70^\circ$ ，且 $\overline{AB} = \overline{AC}$ ，所以 $\angle B = \angle ACB = \frac{180-70}{2} = 55^\circ$

因為 O 點是 $\triangle ABC$ 的外心，所以 $\angle AOC = 2\angle B = 110^\circ$

$$\text{因為 } \overline{OA} = \overline{OC}，\text{所以 } \angle OCA = \frac{180-110}{2} = 35^\circ$$

因為 $\angle DOC = 60^\circ$ ， $\angle OCA = 35^\circ$ ，所以 $\angle ADP = \angle ODC = (180 - 60 - 35)^\circ = 85^\circ$ 。

選(A)



圖(六)

13. $99903^2 = (99900 + 3)^2 = 99900^2 + 6 \times 99900 + 9$ ，末二位數是 09

$$88805^2 = (88800 + 5)^2 = 88800^2 + 6 \times 88800 + 25$$
，末二位數是 25

$$77707^2 = (77700 + 7)^2 = 77700^2 + 6 \times 77700 + 49$$
，末二位數是 49

所以 $99903^2 + 88805^2 + 77707^2$ 的末二位數是 $9+25+49=83$ ，因此其十位數字是 8。

選(D)

14. 因為數線上 $A(a)$ 、 $B(1)$ 、 $C(c)$ ，且 $|c-1| - |a-1| = |a-c|$

$$\text{所以 } |a-1| + |a-c| = |c-1|$$

因此 A 點到 B 點與 C 點的距離和等於 B 點與 C 點的距離，即 A 點在 B 點與 C 點之間。

選(A)

15. $a = (-3)^{13} - (-3)^{14} = (-3)^{13}[1 - (-4)] = (-3)^{13} \times 5 < 0$

$$b = (-0.6)^{12} - (-0.6)^{14} = (-0.6)^{12}[1 - (-0.6)^2] = (-0.6)^{12}[1 - (-0.6)][1 + (-0.6)] = 0.6^{12} \times 1.6 \times 0.4 = 0.6^{11} \times 1.6 \times 0.24$$

$$c = (-1.5)^{11} - (-1.5)^{13} = (-1.5)^{11}[1 - (-1.5)^2] = (-1.5)^{11}[1 - (-1.5)][1 + (-1.5)] = (-1.5)^{11} \times 2.5 \times (-0.5) = 1.5^{11} \times 2.5 \times 0.5$$

因為 $b > 0$ 且 $c > 0$ ， $1.5^{11} > 0.6^{11}$ ， $2.5 > 1.6$ ， $0.5 > 0.24$ ，所以 $c > b$ ，又 $a < 0$ ，因此 $c > b > a$ 。

選(D)

16. 因為 $2x^3 - ax^2 - 5x + 5 = (2x^2 + ax - 1)(x - b) + 3$ ，所以 $2x^3 - ax^2 - 5x + 2 = (2x^2 + ax - 1)(x - b)$ 。

因為 $(-1)(-b) = 2$ ，所以 $b = 2$ 。

因為 $(2x^2)(-b) + (ax)x = -ax^2$ ，所以 $-2b + a = -a$ ， $a = b = 2$

因此 $a + b = 2 + 2 = 4$ 。

選(D)

17. $720 = 2^4 \times 3^2 \times 5$ ，

因為整數 a 的所有因數中，小於 25 的正因數是 1、2、3、4、6、8、12、16、24，所以

$a = 2^m \times 3^n \times b$ ，其中 m 是大於等於 4 的整數， n 是大於等於 1 的整數，而且 b 不可能是 5 的倍數，否則 a 小於 25 的正因數包含 5，這與題目條件不合。

因此 a 與 720 的最大公因數 $= 2^4 \times 3 = 48$ 。

選(B)

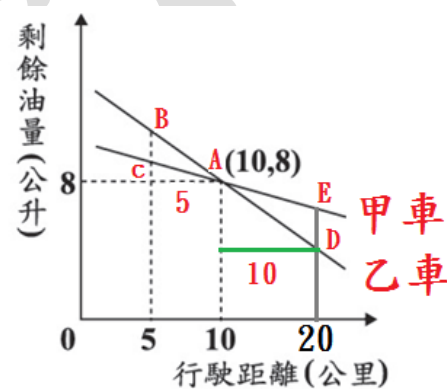
18. 附圖(七)， $\triangle ABC \sim \triangle ADE$ ，且對應邊比 = 對應高比 $= 5 : 10 = 1 : 2$ 。

因為甲、乙兩車均行駛 5 公里時，乙車剩餘油量比甲車剩餘油量多 0.5 公升，

所以 $\overline{BC} = 0.5$ ，因此 $\overline{DE} = 0.5 \times 2 = 1$ 。即

甲、乙兩車均行駛 20 公里時，甲車剩餘油量比乙車剩餘油量多 1 公升。

選(A)



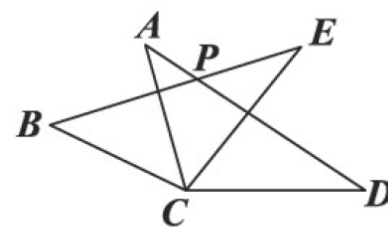
圖(七)

19. 如圖(八)，因為 $\overline{AC} = \overline{BC}$ ， $\overline{AD} = \overline{BE}$ ， $\overline{CD} = \overline{CE}$ ，所以 $\triangle ACD \cong \triangle BCE$ (SSS)。

因此 $\angle A = \angle B$ ， $\angle D = \angle E$ 。且 $\angle ACD - \angle ACE = \angle BCE - \angle ACE$ ， $\angle ECD = \angle BCA = \left(\frac{155 - 55}{2}\right)^\circ = 50^\circ$

因為 $\angle BPD = \angle APE = \angle A + \angle ACE + \angle E = \angle B + \angle ACE + \angle E = 180^\circ - \angle BCA = (180 - 50)^\circ = 130^\circ$ 。

選(C)



圖(八)

20. $4x^2 + 12x - 1147 = 0$ ， $4(x^2 + 3x + \frac{9}{4}) = 1147 + 9$

$4(x + \frac{3}{2})^2 = 1156$ ， $(x + \frac{3}{2})^2 = 289$ ， $x = \pm 17 - \frac{3}{2}$ ，因此 $x = \frac{31}{2}$ ， $x = \frac{-37}{2}$ ，兩根是 a 與 b ，且 $a > b$ ，所以

$a = \frac{31}{2}$ ， $b = \frac{-37}{2}$ ， $3a + b = \frac{93}{2} + \left(\frac{-37}{2}\right) = \frac{56}{2} = 28$ 。

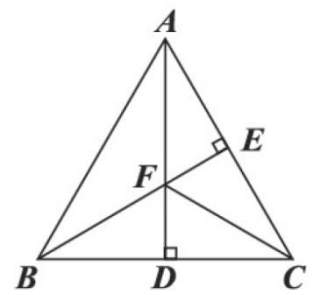
選(B)

21. 如圖(九)，因為 $\overline{CA} = \overline{CB}$ ， $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ ， $\overline{BE} \perp \overline{AC}$ ，且 $\overline{AD} \times \overline{BC} = \overline{BE} \times \overline{AC}$ ，所以 $\overline{AD} = \overline{BE} = 4$ 。

因為 $\triangle ADC \cong \triangle BEC$ (RHS)，所以 $\overline{CD} = \overline{CE} = 3$ ，因此 $\overline{BC} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ ， $\overline{BD} = 5 - 3 = 2$ 。

直角 $\triangle BDF$ 與直角 $\triangle CDF$ 中， $\overline{BF} = \sqrt{\overline{DF}^2 + 4}$ ， $\overline{CF} = \sqrt{\overline{DF}^2 + 9}$ ，所以 $\overline{CF} > \overline{BF}$ ，因此在 $\triangle FBC$ 中， $\angle FBC > \angle FCB$ ，即 $\angle FBD > \angle FCD$ 。

選(A)



圖(九)

22. 假設兩數列的公差都是 d ，其中一個數列的首項是 a ，依題意 $\left| \frac{6(2a+5d)}{2} - \frac{6(2+5d)}{2} \right| = \frac{3}{2}$

$|12a - 12| = 3$ ， $a - 1 = \pm \frac{1}{4}$ ， $a = \frac{5}{4}$ 或 $a = \frac{3}{4}$ 。因為 $a > 1$ ，所以 $a = \frac{5}{4}$ 。

選(A)

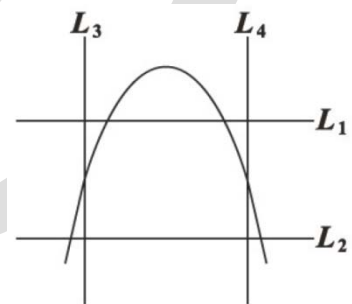
23. 依題意， $(x + y) - (0.4x + 0.6y - 100) = 500$ ， $0.6x + 0.4y + 100 = 500$ 。

選(C)

24. 如圖(十一)，向上與向右都是正向，拋物線是函數 $y = ax^2 + 2ax + 1$ 的圖形。

此拋物線與 y 軸相交於 $(0, 1)$ ，頂點的 x 座標是 $\frac{-2a}{2a} = -1$ ，所以 L_4 是 y 軸且 L_2 是 x 軸。

選(D)



圖(十一)

25. $\sqrt{997000} = \sqrt{99.7 \times 10000} = 100\sqrt{99.7}$

$100\sqrt{99.6004} < \sqrt{997000} < 100\sqrt{99.8001}$

$100 \times 9.98 < \sqrt{997000} < 100 \times 9.99$ ， $998 < \sqrt{997000} < 999$ ，所以 $\sqrt{997000}$ 的個位數字是 8。

選(D)

26. 如圖(十二)，因為 \overline{AD} 平分 $\angle BAC$ ， $\angle ABE = \angle C$ ，所以 $\triangle ABE \sim \triangle ACD$ (AA 相似)，

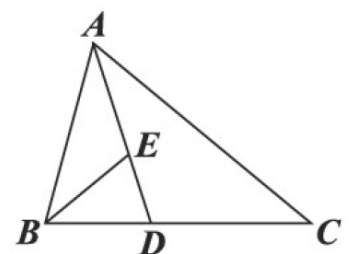
因此 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{AE} : \overline{AD}$ 。

因為 $\overline{AE} : \overline{ED} = 2 : 1$ ，所以 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{AE} : \overline{AD} = 2 : 3$ 。

因此 $\triangle ABE$ 面積 : $\triangle BDE$ 面積 = $2 : 1 = 4 : 2$ ，且 $\triangle ABE$ 面積 : $\triangle ACD$ 面積 = $4 : 9$ ，

因此 $\triangle BDE$ 面積 : $\triangle ABC$ 面積 = $2 : (4 + 2 + 9) = 2 : 15$ 。

選(D)



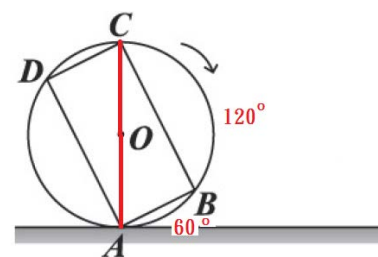
圖(十二)

27. 如圖(十三), 圓 O 半徑為 2, $\widehat{AB} = \widehat{CD} = 60^\circ$, $\widehat{BC} = \widehat{DA} = 120^\circ$ 。因為 O 點向右移動 75π ,

而圓周長是 4π , $\frac{75\pi}{4\pi} = 18\frac{3}{4}$, 所以圓 O 向右轉動(不滑動) $18\frac{3}{4}$ 圈。

因為 $\frac{3}{4} \times 360 = 270$, $270 = 60 + 120 + 60 + 30$, 所以這時 \widehat{DA} 與地面相切。

選(C)



圖(十三)

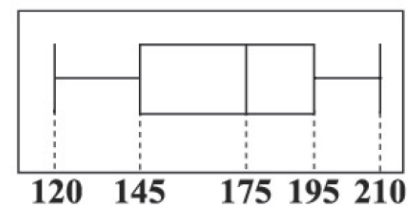
28. 有六人參加保齡球比賽, 所得分數盒狀圖如圖(十四)。

每人平均分數 =

$$\left[\left(\frac{120+145}{2} \times 1.5 \right) + \left(\frac{145+175}{2} \times 1.5 \right) + \left(\frac{175+195}{2} \times 1.5 \right) + \left(\frac{195+210}{2} \times 1.5 \right) \right] \div 6$$

$$= 1020 \div 6 = 170。$$

選(C)



所得分數(分)

圖(十四)

29. 附圖(十五), $\overline{OA} = 2\overline{AP}$ 。

「(甲) 以 P 為圓心, \overline{OP} 長為半徑畫弧, 交圓 O 於 B 點, 則直線 PB 是圓 O 切線。」

若 \overline{PB} 是圓 O 切線, 則 $\angle OBP = 90^\circ$, 因此 $\overline{OP} > \overline{PB}$ 。

可是(甲)作法得 $\overline{OP} = \overline{PB}$, 所以(甲)作法是錯誤。

「(乙) 作 \overline{OP} 的中垂線, 交圓 O 於 B 點, 則直線 PB 是圓 O 切線。」

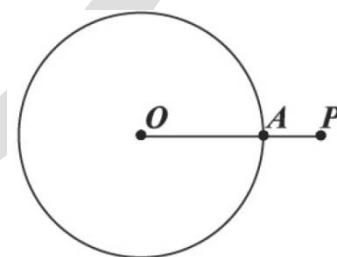
因為 $\overline{OA} = 2\overline{AP}$, 所以 $\overline{OP} = 3\overline{AP}$ 。

若 \overline{PB} 是圓 O 切線, 則 $\angle OBP = 90^\circ$, 因此 $\overline{PB} = \sqrt{\overline{OP}^2 - \overline{OB}^2} = \sqrt{\overline{OP}^2 - \overline{OA}^2} = \sqrt{(3\overline{AP})^2 - (2\overline{AP})^2} = \sqrt{5} \times \overline{AP} > 2\overline{AP}$

即 $\overline{PB} > \overline{OA} = \overline{OB}$ 。

可是(乙)作法得 $\overline{OB} = \overline{PB}$, 所以(乙)作法是錯誤。

選(B)



圖(十五)

二、非選擇題：

1. 「小佳的老闆預計訂購 5 盒巧克力，每盒顆數皆相同，分給工作人員，預定每人分 15 顆，會剩下 80 顆。」

假設有工作人員 x 個，則每盒巧克力的顆數是 $(15x+80)\div 5=3x+16$ 。

「後來因經費不足少訂了 2 盒，於是改成每人仍分到 12 顆，但最後分到小佳時巧克力不夠分，只有小佳分不到 12 顆，但她仍分到 3 顆以上(含 3 顆)。」

3 盒巧克力的總顆數是 $3(3x+16)=9x+48$ ，依題意列不等式

$$3 \leq (9x+48) - 12(x-1) < 12, \quad 3 \leq -3x + 60 < 12, \quad 3 - 60 \leq -3x < 12 - 60, \\ -57 \leq -3x < -48$$

$19 \geq x > 16$ ， x 是整數，所以 x 的可能值是 19、18、17。

因此工作人員人數可能是 19、18、17。

2. 如附圖(十六)， $\overline{OB} = \frac{7}{2}$ ， $\overline{OP} \perp \overline{AB}$ ，垂足是 S 點， $\overline{OS} = \overline{SP}$ 。

$\overline{OR} \perp \overline{BC}$ ，垂足是 T 點， $\overline{OT} = \overline{TR}$ 。

- (1) 當 $\angle ABC = 90^\circ$ 時， $\overline{PR} = 7$ 。

[說明]：

因為 O 點與 P 點對稱於 \overline{AB} ，直線 AB 是 \overline{OP} 的中垂線，所以 $\overline{BO} = \overline{BP}$ 且

$\angle OBS = \angle PBS$ 。同理 $\overline{BO} = \overline{BR}$ 且 $\angle OBT = \angle RBT$ 。

因為 $\angle ABC = 90^\circ$ ，即 $\angle OBS + \angle OBT = 90^\circ$ ，所以 $\angle OBP + \angle OBR = 2(\angle OBS + \angle OBT) = 2 \times 90^\circ = 180^\circ$ ，因此可知 P、B、R 三點在同一直線上。

所以 $\overline{PR} = \overline{PO} + \overline{OR} = \overline{BO} + \overline{BO} = 2 \times \frac{7}{2} = 7$ 。

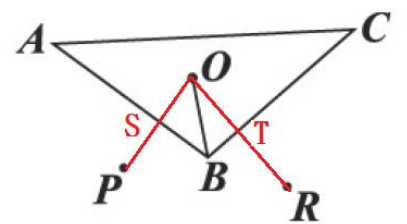
- (2) 當 $\angle ABC \neq 90^\circ$ 時， \overline{PR} 長度小於 7。

[說明]：

如果 $\angle ABC \neq 90^\circ$ 時，則 $\angle PBR = 2\angle ABC \neq 180^\circ$ 。即 P、B、R 三點不在同一直線上。

因為 $\triangle PBR$ 中， $\overline{BP} + \overline{BR} > \overline{PR}$ ，所以 $\overline{OB} + \overline{OB} > \overline{PR}$ ， $2 \times \frac{7}{2} > \overline{PR}$ ，

因此 $7 > \overline{PR}$ ，即 \overline{PR} 長度小於 7。



圖(十六)

