

一、選擇題：共 27 題

1. 一竹簍內裝有 50 個馬鈴薯，已知俊傑每分鐘可削去 3 個馬鈴薯的皮。他削皮 5 分鐘後，佩芬加入一起工作，已知佩芬每分鐘可削去 2 個馬鈴薯的皮。當他們完成 50 個馬鈴薯的削皮工作，其中佩芬削去多少個馬鈴薯的皮？

- (A) 12 (B) 13 (C) 14 (D) 15

2. 下列敘述何者正確？

(A)  $\sqrt{9\frac{1}{4}} = \sqrt{9} + \sqrt{\frac{1}{4}} = 3\frac{1}{2}$

(B)  $\sqrt{9\frac{1}{4}} = \sqrt{9} \times \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{3}{2}$

(C)  $\sqrt{9 - \frac{1}{4}} = \sqrt{9} - \sqrt{\frac{1}{4}} = 3 - \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$

(D)  $\sqrt{9 \div \frac{1}{4}} = \sqrt{9} \div \sqrt{\frac{1}{4}} = \sqrt{9} \times \sqrt{4} = 6$

3. 有六個數 17、24、34、36、105、315，把它們分成兩組，每組包括三個數，而且每組三個數的乘積都相等，則 34 跟下列哪二個數同一組？

- (A) 17, 315 (B) 36, 105 (C) 24, 36 (D) 17, 24

4. 有四個數  $9 \times 10^{-9}$ 、 $2.5 \times 10^{-9}$ 、 $9.5 \times 10^{-8}$ 、 $9 \times 10^{-8}$ ，任意從其中選取不同的兩個數，則這兩個數的最大比值是多少？

- (A) 10 (B)  $\frac{95}{9}$  (C) 36 (D) 38

5. 有一堆糖果  $x$  個，三個人分享這堆糖果，第一個人將糖果平均分成三堆，還剩餘一個糖果，將它留給其他人，只帶走一堆；第二個人將剩餘的糖果再平分成二堆，還剩餘一個糖果，將它留給最後一人，只帶走一堆。試問第三個人分得多少個糖果？

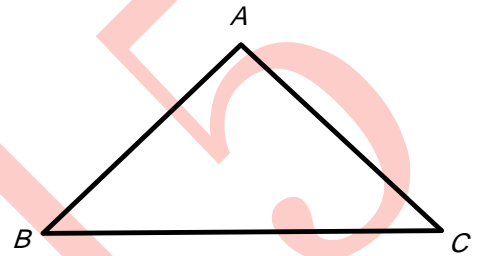
- (A)  $\frac{2x-5}{6}$  (B)  $\frac{2x-3}{6}$  (C)  $\frac{x+2}{3}$  (D)  $\frac{x+5}{3}$

6. 有  $N$  個人在草原上依順時鐘方向繞大圓圈席地而坐，每個人依序編號  $1, 2, 3, \dots, N$ 。如果任意兩人間隔距離相等，而且 27 號和 1 號的間隔距離是 27 號和 12 號的間隔距離的  $\frac{2}{3}$  倍，則  $N = ?$
- (A) 35 (B) 36 (C) 37 (D) 38
7. 將 32 個空箱子分別編號 1 到 32 號，現在由 32 位學生輪流將球投進箱內，第 1 位學生在每個箱子各投入 1 球，第 2 位學生在 2, 4, 6,  $\dots$ , 32 號箱子各投入 1 球，第 3 位學生在 3, 6, 9,  $\dots$ , 30 號箱子各投入 1 球， $\dots$ ，依此規律類推，第  $k$  位學生在編號為  $k$  的倍數的每個箱子各投入 1 球。當 32 位學生全部投完球進箱子後，試問有多少個箱子，其箱內只有 2 個球？
- (A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13
8. 已知  $a$  和  $b$  是整數，且  $x$  的一元二次方程式  $\frac{-3}{4}(x+a)(x-b) = 0$  有兩個正根，則下列敘述何者正確？
- (A)  $a-b > 0$  (B)  $ab-3 > 0$  (C)  $a-b^2 > 0$  (D)  $a^2-ab > 0$
9. 在  $-6$  和  $a$  之間插入  $a$  個數，形成等差數列，該數列的所有項相加的和是 1450，已知  $52^2 = 2704$ ， $53^2 = 2809$ ， $54^2 = 2916$ ， $55^2 = 3025$ ，則  $a = ?$
- (A) 50 (B) 52 (C) 54 (D) 56
10. 從 3、5、7、9、11、13、15、17、19 這九個數當中刪去兩個數，剩餘的 7 個數的總和是 3 的倍數，則有幾種不同的刪去方法？
- (A) 11 (B) 12 (C) 13 (D) 14
11. 計算化簡  $\frac{2015^3 - 2 \times 2015^2 - 2013}{2015^3 + 2 \times 2015^2 - 2017} \times \frac{2017}{2013}$  之值是多少？
- (A)  $\frac{3}{7}$  (B)  $\frac{3}{5}$  (C)  $\frac{2}{3}$  (D) 1

12. 二次函數  $y = \frac{-2}{5}(x+3\sqrt{6})(x-7\sqrt{6}) - 20$  的最大值為何？  
(A) - 20 (B) - 10 (C) 40 (D) 60

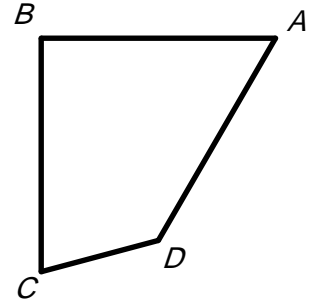
13. 如圖， $\angle A = 2\angle B = 2\angle C$ ，如果  $\overline{BC} = 7$ ，則  $\overline{AB} = ?$

- (A)  $4\sqrt{2}$
- (B)  $\frac{7}{2}\sqrt{2}$
- (C) 7
- (D)  $7\sqrt{2}$



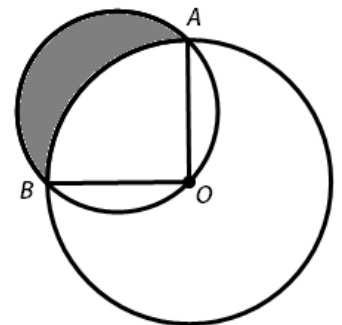
14. 如圖，四邊形 ABCD， $\angle B = 90^\circ$ ， $\overline{BA} = \overline{BD} = \overline{BC} = \overline{DA}$ ，則  $\angle ADC$  的度數是多少度？

- (A) 115
- (B) 135
- (C) 145
- (D) 155



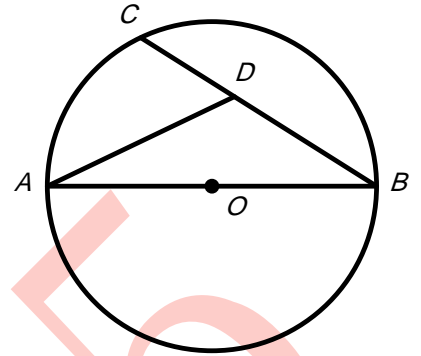
15. 如圖，小圓通過大圓 O 的圓心，且交圓 O 於 A 和 B 兩點。如果  $\angle AOB = 90^\circ$ ， $\overline{AO} = 6$ ，則圖中的月形(灰色區域)面積是多少？

- (A)  $9\pi$
- (B)  $6\pi$
- (C) 12
- (D) 18



16. 如圖， $\overline{AB}$  是圓  $O$  的直徑， $D$  點在弦  $\overline{BC}$  上，如果  $\overline{AB}=17$ ， $\overline{BD}=10$ ， $\overline{AD}=11$ ，則  $\overline{CD}$  的長度是多少？

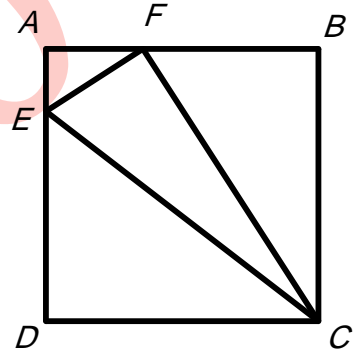
- (A)  $\frac{17}{5}$
- (B)  $\frac{23}{5}$
- (C) 5
- (D)  $\frac{11}{2}$



17. 如圖，正方形  $ABCD$ ， $E$  與  $F$  分別在  $\overline{AD}$ 、 $\overline{AB}$  上，如果  $\angle EFC=90^\circ$ ，且  $\overline{BC} = 2\sqrt{2} \times \overline{AF}$ ， $\overline{CE} = 1$ ，

則  $\overline{EF} = ?$

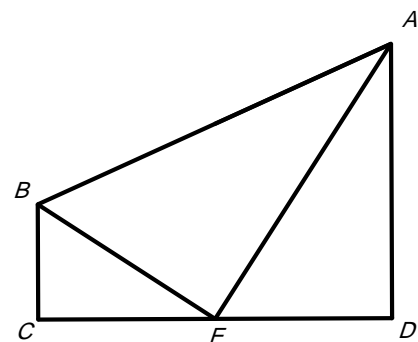
- (A)  $\frac{1}{3}$
- (B)  $\frac{3}{10}$
- (C)  $\frac{2}{9}$
- (D)  $\frac{1}{4}$



18. 如圖，梯形  $ABCD$ ， $\angle BCE = \angle ADC = 90^\circ$ ， $E$  點是  $\overline{CD}$  的中點。如果  $\angle AEB = 90^\circ$ ， $\overline{BC} = 3$ ，

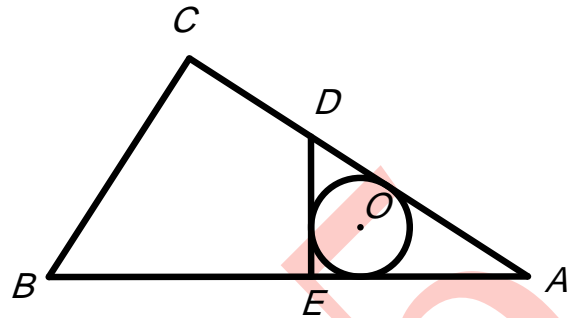
$\overline{AD} = 8$ ，則  $\overline{AB}$  的長度是多少？

- (A) 10
- (B) 11
- (C) 12
- (D) 13



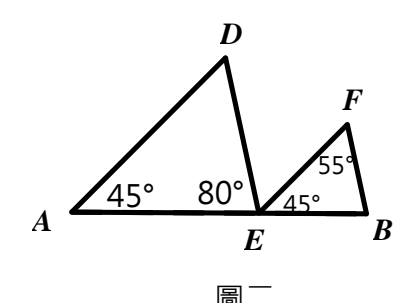
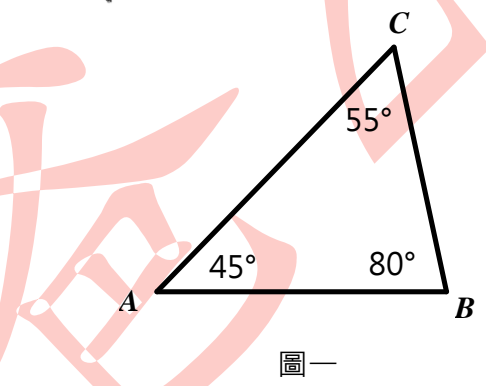
19. 如圖，直角 $\triangle ABC$ ， $\angle C=90^\circ$ ， $\overline{DE} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{AB}=17$ ， $\overline{AC}=15$ ， $\overline{DE}=4$ 。圓 $O$ 是 $\triangle ADE$ 的內切圓，則圓 $O$ 的半徑長多少？

- (A) 1
- (B)  $\frac{4}{3}$
- (C)  $\frac{3}{2}$
- (D)  $\frac{5}{3}$



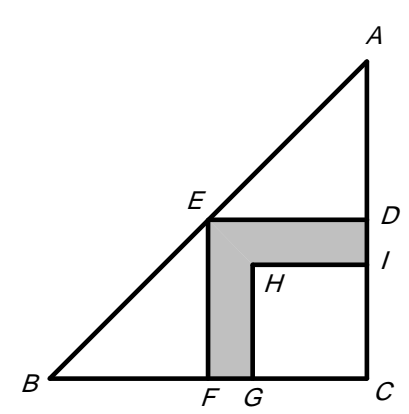
20. 如圖，甲和乙兩人由A地走到B地，甲的路徑如圖一， $A \rightarrow C \rightarrow B$ 。乙的路徑如圖二， $A \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow B$ ，A、E、B三點在同一直線上。如果 $\overline{AC}=50$ ， $\overline{BC}=40$ ， $\overline{AD}=30$ ，則 $\overline{DE}$ 與 $\overline{EF}$ 的長度相差多少？

- (A) 3
- (B) 4
- (C) 5
- (D) 6



21. 如圖，有一塊直角 $\triangle ACB$ 的土地，E點在 $\overline{AB}$ 上，規劃四個區域包含直角 $\triangle ADE$ 草坪、直角 $\triangle EFB$ 草坪、正方形 $ICGH$ 草坪和等寬的道路(陰影部分)。如果 $\triangle ADE$ 面積 $=\triangle EFB$ 面積 $=\triangle ACB$ 面積的 $\frac{1}{4}$ ，且正方形 $ICGH$ 的面積 $=$ 寬道路(陰影部分)的面積。已知 $\triangle ACB$ 的土地的面積是64，則道路寬多少？

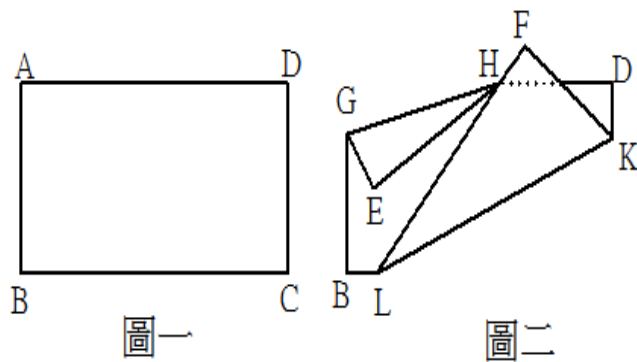
- (A)  $4(\sqrt{2}-1)$
- (B)  $\frac{8}{5}$
- (C)  $2(\sqrt{5}-\sqrt{2})$
- (D)  $4(\sqrt{6}-2)$



22. 如圖一，長方形 ABCD 紙張，以  $\overline{HL}$  作摺線，將 C 摺到 F 處，再以  $\overline{GH}$  作摺線，將 A 摺到 E 處。

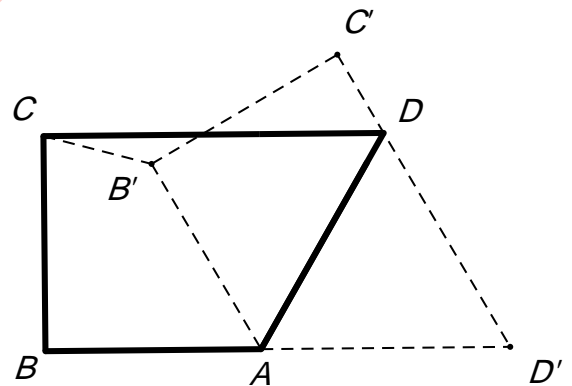
若  $\angle FKL = 65^\circ$ ， $\angle EHL = 12^\circ$ ，則  $\angle HGE$  是多少度？

- (A) 52
- (B) 58
- (C) 63
- (D) 71



23. 如圖，在桌面上使用鉛筆將四邊形 ABCD 紙卡的輪廓畫在白色大紙張上。已知  $\overline{AB} = \overline{BC}$ ， $\angle B = \angle DCB = 90^\circ$ ， $\angle BAD = 120^\circ$ 。如果以 A 點為支點，四邊形 ABCD 紙卡緊貼桌面向右旋轉到四邊形  $ABC'D'$  的位置，如果  $\overline{C'D'}$  經過 D 點，則  $\angle CBC'$  是

- (A) 120
- (B) 125
- (C) 135
- (D) 140

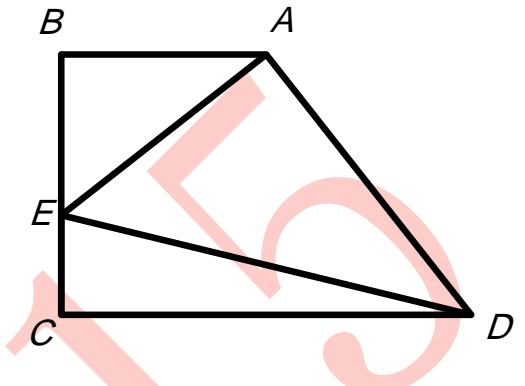


24. 如果三角形三邊上的高分別是  $1$ 、 $h$ 、 $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ，則  $h$  的範圍為何？

- (A)  $\frac{\sqrt{3}-1}{2} < h < \frac{\sqrt{3}+1}{2}$
- (B)  $\frac{\sqrt{3}+1}{2} < h < \frac{\sqrt{3}+2}{2}$
- (C)  $\frac{\sqrt{3}-2}{2} < h < \frac{\sqrt{3}-1}{2}$
- (D)  $\frac{2\sqrt{3}+1}{2} < h < \frac{2\sqrt{3}+3}{2}$

25. 如圖，梯形  $ABCD$ ， $\angle B = \angle C = 90^\circ$ ， $E$  點在  $\overline{BC}$ ，且  $\angle EAD = 90^\circ$ 。如果  $\overline{CD} = 5$ ， $\overline{BC} = 3$ ， $\overline{AB} = 2.5$ ，則  $\overline{BE}$  長多少？

- (A) 2
- (B)  $\frac{25}{12}$
- (C)  $\frac{13}{6}$
- (D)  $\frac{7}{3}$

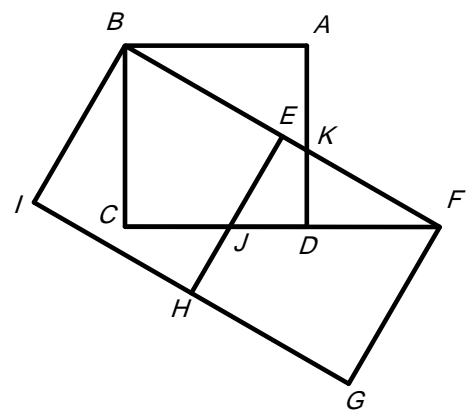


26. 由 1~12 的連續整數組成一個 15 位整數 123456789101112。依循上述的方法，由 1 開始，將連續的正整數組成一個 170 位的整數  $N$ ， $N = 12345678910111213141516171819202122 \dots$ ，則  $N$  除以 9 的餘數是多少？

- (A) 0 (B) 4 (C) 7 (D) 8

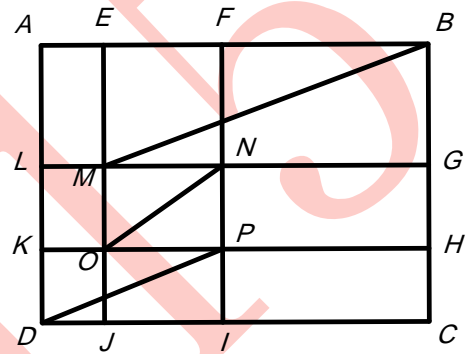
27. 如圖，三個正方形  $ABCD$ 、 $BIHE$ 、 $EHGF$  都全等，如果  $C$ 、 $D$ 、 $F$  三點在同一直線且  $\overline{AB} = 8$ ，則  $\overline{FJ} - \overline{EK} = ?$

- (A)  $6\sqrt{2}$
- (B) 8
- (C)  $5\sqrt{3}$
- (D) 9



二、非選擇題：共 2 題

1. 如圖，長方形 ABCD 的  $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{BC} = 5$ ，E 點和 F 點在  $\overline{AB}$ ，L 點和 K 點在  $\overline{AD}$ ，過 E 點、F 點的鉛垂線和過 L 點、K 點的水平線相交於 M、N、O、P 四個點，並將長方形 ABCD 分割成九個長方形，試說明  $\overline{BM} + \overline{NO} + \overline{PD} > \frac{15}{2}$



2. 附圖是梯形 ABCD， $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ ，已知 E 點、F 點、G 點分別在  $\overline{AD}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{DC}$  上，但是不在梯形 ABCD 的頂點，滿足  $\triangle EFG$  的面積是梯形 ABCD 面積的四分之一。
- (1) 試以尺規作圖取得 E 點、F 點、G 點。(請在附圖上以尺規作圖，並留下作圖軌跡)
  - (2) 試完整說明為何  $\triangle EFG$  的面積是梯形 ABCD 面積的四分之一。

